Una funzione periodica a forma di onda quadra è definita nell'intervallo (-π , + π) dalla relazione

$$f(x)=\begin{cases}1 & 0 \le x < \pi \\ -1 & -\pi \le x < 0\end{cases} \qquad (1)$$

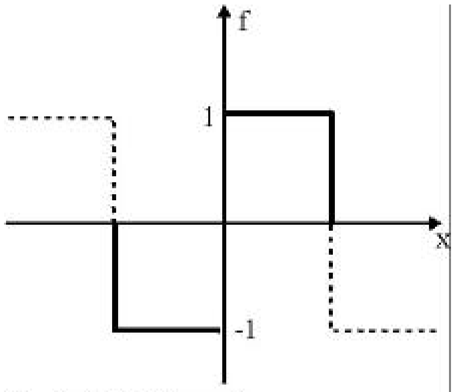


Fig. Onda-0 Onda quadra

Nello sviluppo in serie di Fourier

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{m=1}^{\infty}[a_m \cos(mkx) + b_m \sin(mkx)] \qquad (2)$$

dove k , detto numero d'onda, è definito da

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \qquad (3)$$

e i coefficienti a_m e b_m sono definiti dagli integrali

$$a_m = \frac{2}{\lambda}\int_{-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\lambda}{2}} f(x)\cos(mkx)dx \qquad (4)$$

$$b_m = \frac{2}{\lambda}\int_{-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\lambda}{2}} f(x)\sin(mkx)dx \qquad (5)$$

Nel caso particolare dell'onda quadra ove la f(x) è definita dalla (1) i coefficienti a_m e b_m divengono

$$a_m = -\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0}\cos m\alpha\, d\alpha + \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi}\cos m\alpha\, d\alpha =$$

$$\frac{1}{\pi m}\left\{-[\sin m\alpha]_{-\pi}^{0} + [\sin m\alpha]_{0}^{\pi}\right\} =$$

$$\frac{1}{\pi m}\left\{[-\sin 0 + \sin(-m\pi)] + [\sin m\pi - \sin 0]\right\} = 0 \qquad (4')$$

$$b_m = -\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0}\sin m\alpha\, d\alpha + \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi}\sin m\alpha\, d\alpha = \frac{1}{\pi m}\left\{ [\cos m\alpha]_{-\pi}^{0} - [\cos m\alpha]_{0}^{\pi}\right\} =$$

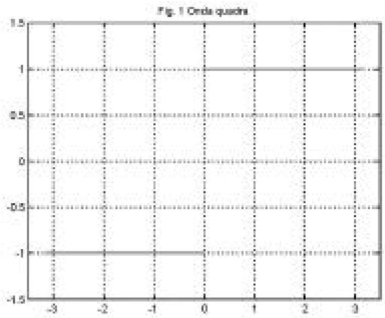
$$\frac{1}{\pi m}\left\{[\cos 0 - \cos(-m\pi)] + [-\cos m\pi + \cos 0]\right\} = \frac{1}{\pi m}\left\{[\cos 0 - \cos(-m\pi)] + [-\cos m\pi + \cos 0]\right\}$$

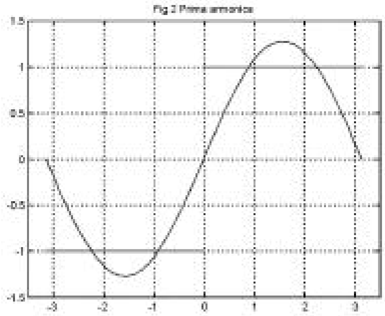
$$= \frac{1}{\pi m}\left[\begin{cases}4 & \text{per m dispari} \\ 0 & \text{per m pari}\end{cases}\right] \qquad (5')$$

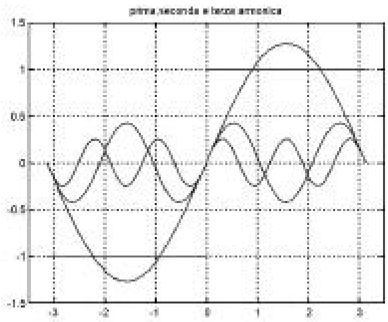
Lo sviluppo in serie della f(x) diviene quindi

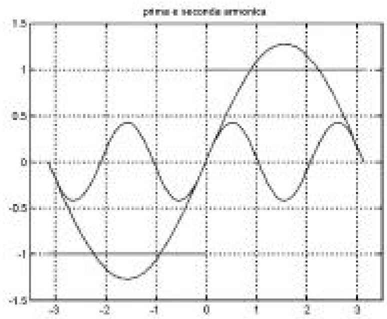
$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} b_n \sin mx = \frac{4}{\pi}[\text{sen}\, x + \frac{1}{3}\text{sen}\, 3x + \frac{1}{5}\text{sen}\, 5x \ldots + \frac{1}{m}\text{sen}\, mx\ \ldots] \qquad (6)$$

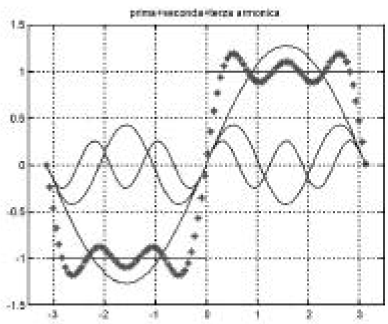
Nel programma MatLab devono essere creati gli arrays (di cinquanta 1 e di cinquanta –1) e calcolate le singole (funzioni) armoniche necessarie per avere sei grafici con i colori e i segni indicati nelle figure
Il primo con la sola onda quadra
Il secondo con l’onda quadra più una sola armonica
Il terzo con l’onda quadra più le prime due armoniche
Il quarto come il terzo più la sintesi delle prime due onde armoniche
Il quinto con l’onda quadra più le prime tre armoniche
Il sesto come il quinto più la sintesi delle prime tre onde armoniche

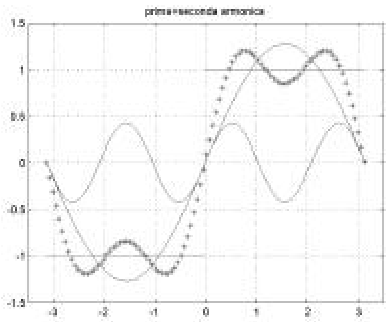




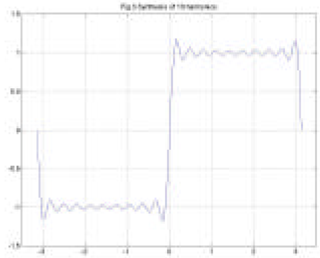








Con dieci armoniche la sintesi diviene come nella figura accanto
Utilizzando cento armoniche la sintesi è una vera onda quadra come nella prima figura precedente



N.B.
Per avere un array di nome a ad **una** dimensione di **dieci** elementi tutti uguali ad uno si usa la frase
a=ones(1,10)
eseguendo la riga precedente MatLab dà
a =

```
     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1
```

In questa prova l'intervallo ($-\pi$, + π) va diviso in modo da avere disponibili 100 elementi